

光のスペクトル

電気通信大学 I 類

2210632 宗村キヤ

2022 年 6 月 13 日作成

2022 年 6 月 22 日更新

1 目的

原子の放電管は電子の軌道エネルギーがとびとびの値を取るゆえに特定の波長の光を発する。これは、光スペクトルの輝線といった形で観測される。このスペクトルは各原子に固有であるため、これを用いて恒星の構成元素を推定することが可能である。現代科学においても原子のスペクトルは重要である。そこで、Na ランプや Cd ランプ、H ランプの光から回折格子分光計を使って、各原子に特有なスペクトル線を観測し、その波長を求める。

2 原理

2.1 光のスペクトル

原子にエネルギーを加えると、各原子に固有の波長の光を発する。これは、ボーアの量子条件より原子のエネルギーがとびとびの値しか取らない為である。原子のエネルギー E_n は主量子数 n を用いて式 (1) によって表される。

$$E_n = -\frac{hcR_\infty Z^2}{n^2} \quad (1)$$

ここで、 h はプランク定数、 c は光速、 R_∞ はリュードベリ定数、 Z は原子番号である。主量子数の高い状態から基底状態に遷移するとき、その差のエネルギーが電磁波として放出される。

主量子数が m から n に遷移するときの原子のスペクトルの波長は次のリュードベリの式で表される。

$$\frac{1}{\lambda} = R_\infty \left(\frac{1}{(m+a)^2} - \frac{1}{(n+b)^2} \right) \quad (2)$$

ここで、 a , b はリュードベリの補正である。これは、遮蔽効果などに由来する水素原子のスペクトル線からのずれを表している。

2.2 回折格子

小さな溝を狭い領域に一定間隔で平行に並べたものを回折格子という。これに単色光を入射させたとき、溝によって光が一定間隔で通り抜けられるようになり、光の波長によって出てくる角度が異なる。この光を回折光、回折光の出ている角度を回折角という。入射方向から直進してきた光を 0 次の回折光といい、そこから回折角が増すごとに 1 次の回折光、2 次の回折光となる。 m 次の回折光の回折角 θ_m について 2 つの光が強めあう条件から次の関係が成り立つ。

$$d \sin \theta_m = m\lambda \quad (3)$$

ここで、 d は溝同士の間隔、 λ は入射光の波長を表す。この式を整理して単位長さ当たりの格子の数 $N = \frac{1}{d}$ について解くと、次の式が導かれる。

$$N = \frac{\sin \theta_m}{m\lambda} \quad (4)$$

また、 λ について解くと、次の式が得られる。

$$\lambda = \frac{\sin \theta_m}{mN} \quad (5)$$

なお、以降の計算では Na 線の D_1 線と D_2 線の波長として以下の値を用いた。

D_1 線：589.592 nm

D_2 線：588.995 nm

3 方法

m 次回折光について、左側の目盛円盤の読みを θ_L 、右側を θ_R とした時、回折角 θ_m は次のようにして得られる。

$$\theta_m = \frac{|\theta_L - \theta_R|}{2} \quad (6)$$

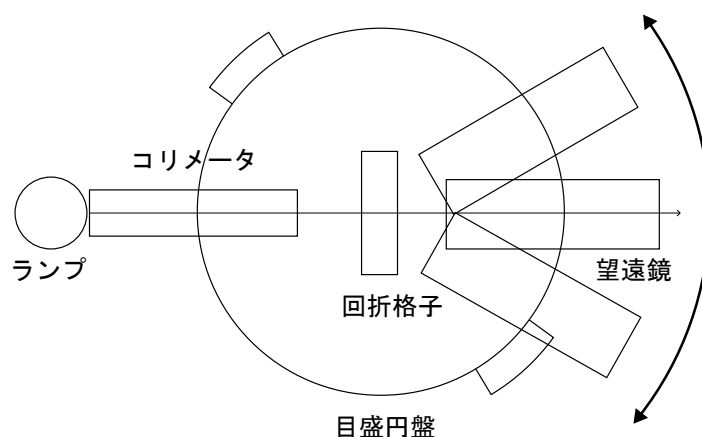


図 1: 分光計の概略図

1. Na ランプに汚れがないことを確認して、ソケットに差し込み点灯した。そしてカバーをかぶせてスリットに可能な限り近づけた。
2. 分光計の接眼レンズを十字線がくっきり見えるように調節し、スリットを僅かに開いた状態にしておいた。
3. 望遠鏡を回して左右両側の D_1 線、 D_2 線の 1 次回折光に対する目盛を読んだ。このとき、主尺と副尺の線が一致しているところを副尺の値とした。なお、 D_1 、 D_2 線は共にオレンジ色の光である。
4. 同様にして左右両側の 2 次回折光に対する目盛を読んだ。
5. 得られた値から式 (4)、(6) を用いて N を求めた。
6. ソケットのカバーを外し、ガラス部分に触れないようにしながら Na ランプを外した。
7. Na ランプと同様にして Cd ランプをソケットに差し込んで点灯し、カバーをかぶせて位置を調節した。
8. 操作 3、4 と同様にして 3 色の光の 1 次回折光、2 次回折光それぞれに対し、測定を行った。

9. 得られた値から式 (5), (6) を用いて λ を求めた.
10. 操作 6 と同様にして Cd ランプを外した.
11. テーブル上の H ランプを点灯し, 位置を調節した.
12. 操作 8, 9 と同様にして測定と計算を行った.

4 実験結果

4.1 Na ランプのスペクトル線の回折角と格子定数

表 1 に Na ランプの D_1 , D_2 線の 1 次, 2 次回折光の回折角を示す.

表 1: Na における回折角の測定結果

	回折光の次数 m	θ_L	θ_R	$ \theta_L - \theta_R $	θ_m
D_1	1	102°48'	61°24'	41°24'	20°42'
D_2	1	102°49'	61°23'	41°26'	20°43'
D_1	2	127°18'	37°19'	89°59'	44°59'
D_2	2	127°21'	37°16'	90°05'	45°02'

表に D_i 線の j 次回折光の測定から求めた格子定数の逆数 N_{ij} の不確かさ ΔN_{ij} を次の式から求めて示した. なお, $\Delta\theta$ と $\Delta\lambda$ はそれぞれ測定値と文献値の最小桁 ± 1 として計算を行った.

$$\frac{\Delta N_{ij}}{N_{ij}} = \sqrt{\left(\frac{\cos \theta_j}{\sin \theta_j} \cdot \Delta\theta\right)^2 + \left(\frac{\Delta\lambda_i}{\lambda_i}\right)^2} \quad (7)$$

ここから, 格子定数の逆数 N の値が分かる. 実際に計算すると表に示した値となった. なお, 平均の不確かさを求める際に, 偶然不確かさを考慮した方法で計算を行った.

表 2: Na の D_1 , D_2 線による回折格子の格子定数の計算結果

	測定による格子定数 $N \pm \Delta N/\text{mm}^{-1}$	設計値 N_0/mm^{-1}
一次 D_1 線	599.5 \pm 0.5	
一次 D_2 線	600.6 \pm 0.5	
二次 D_1 線	599.5 \pm 0.2	
二次 D_2 線	600.6 \pm 0.2	
平均	600.1 \pm 0.3	600.0

以降, 格子定数の逆数は

$$N = (600.1 \pm 0.3)\text{mm}^{-1} \quad (8)$$

として計算を行う.

4.2 Cd ランプ及び H ランプのスペクトル線の回折角

表 3 に Cd ランプ及び H ランプの 3 色の線の回折角の測定結果を示す.

表 3: Cd 及び H における回折角の測定結果

ランプの種類	線の色	回折光の次数 m	θ_L	θ_R	$ \theta_L - \theta_R $	θ_m
Cd	青	1	98°24'	65°47'	32°37'	16°19'
	青	2	116°22'	48°04'	68°18'	34°09'
	水色	1	98°49'	65°20'	33°29'	16°45'
	水色	2	117°23'	47°02'	70°21'	35°11'
	青緑	1	99°50'	64°19'	35°31'	17°46'
	青緑	2	119°51'	44°37'	75°14'	37°37'
H	紫	1	97°09'	67°01'	30°08'	15°04'
	紫	2	113°17'	50°44'	62°33'	31°17'
	水色	1	99°03'	66°08'	32°55'	16°28'
	水色	2	117°55'	46°31'	71°24'	35°42'
	赤	1	105°19'	57°25'	47°54'	23°57'
	赤	2	134°22'	30°54'	103°28'	51°44'

表 4 に Cd ランプ, H ランプのスペクトル線の波長 λ をそれぞれ 3 色ずつ計算したものを示す. なお, 波長の不確かさ $\Delta\lambda$ は次の式によって求められる.

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \sqrt{\left(\frac{\cos \theta_m}{\sin \theta_m} \cdot \Delta\theta\right)^2 + \left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2} \quad (9)$$

ここで, $\Delta\theta$ は $1' \approx 2.909 \times 10^{-4} \text{rad}$ とした. さらに, ΔN と N は表 2 の値を用いた. また, H の可視光領域におけるスペクトル線は Balmer 系列上のものであるから, その波長 λ は次の式で表される.

$$\frac{1}{\lambda} = R_\infty \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 3, 4, 5, \dots) \quad (10)$$

特に, $n = 3, 4, 5, 6$ の場合のスペクトル線をそれぞれ順に $H\alpha$, $H\beta$, $H\gamma$, $H\delta$ という. 表 4 に示す文献値は式 (10) の値を有効数字 6 桁で計算した値である.

5 考察

まず, 式 (8) での N の値について考察する. 単位長さ当たりの格子数の設計値 N_0 は 600.0mm^{-1} であるから,

$$\frac{N \pm \Delta N}{N_0} \times 100 = \frac{600.1 \pm 0.3}{600.0} \times 100 = (0.2 \pm 0.5)\% \quad (11)$$

となる. これは概ね誤差なく測定できたといっていいただろう. なお, 読取精度を考慮して最確値と不確かさを求めると,

$$N = \frac{\frac{599.5}{0.5^2} + \frac{599.5}{0.2^2} + \frac{600.6}{0.5^2} + \frac{1}{0.2^2}}{\frac{1}{0.5^2} + \frac{1}{0.2^2} + \frac{1}{0.5^2} + \frac{1}{0.2^2}} = 600.1 \text{mm}^{-1} \quad (12)$$

$$\Delta N = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{0.5^2} + \frac{1}{0.2^2} + \frac{1}{0.5^2} + \frac{1}{0.2^2}}} = 0.2 \text{mm}^{-1} \quad (13)$$

$$N = (600.1 \pm 0.2) \text{mm}^{-1} \quad (14)$$

となり, 偶然の要因を考慮した場合の値よりも設計値とのズレが小さくなるため, このズレが読取精度によるものであるとは考えづらい.

表 4: スペクトル線波長の測定

ランプの種類	輝線の色	回折次数 m	回折角 θ_m (deg)	測定波長 $\lambda \pm \Delta\lambda$ (nm)	文献値 λ_R (nm)	絶対誤差 $\lambda - \lambda_R$ (nm)	備考
Cd	青	1	16°19'	468.1±0.5	467.945	0.2	
	青	2	34°09'	467.7±0.3	467.945	0.2	
	水色	1	16°45'	480.2±0.5	480.125	0.1	
	水色	2	35°11'	480.1±0.3	480.125	0.0	
	青緑	1	17°46'	508.5±0.5	508.723	0.2	
	青緑	2	37°37'	508.6±0.3	508.723	0.1	
H	紫	1	15°04'	433.2±0.5	433.937	0.7	H γ
	紫	2	31°17'	432.7±0.3	433.937	1.2	H γ
	水色	1	16°28'	472.4±0.5	486.009	13.6	H β
	水色	2	35°42'	486.2±0.3	486.009	0.2	H β
	赤	1	23°57'	676.5±0.6	656.112	20.4	H α
	赤	2	51°44'	654.2±0.4	656.112	2.1	H α

次に表 4 について考察する．測定結果から計算した Cd のスペクトル線の波長は全て文献値と不確かさの範囲内で一致した．よって，Cd のスペクトル線の測定には概ね問題がないことが分かる．一方で，測定により求めた H のスペクトル線の波長は明らかに文献値より大きく外れた値が出ている．これは， θ_L か θ_R のどちらかを誤って測ったことが原因と思われる．例えば H ζ の $m = 1$ における θ_L ， θ_R をそれぞれ $\theta_{L\zeta}$ ， $\theta_{R\zeta}$ となるように記号を定める．そして，表 4 から H ランプの測定における $m = 1$ で最も文献値に近い λ の値が出ている H γ 線の回折角を基準にとると，

$$|\theta_{L\gamma} - \theta_{L\beta}| = 1^\circ 54' \quad (15)$$

$$|\theta_{R\gamma} - \theta_{R\beta}| = 0^\circ 53' \quad (16)$$

$$|\theta_{L\gamma} - \theta_{L\alpha}| = 8^\circ 10' \quad (17)$$

$$|\theta_{R\gamma} - \theta_{R\alpha}| = 9^\circ 36' \quad (18)$$

となり，本来左右両側で同程度に回折角が変化することを鑑みると，明らかに測定で間違いが生じていることが分かる．左右どちらかの角度の間隔の値を用いて，上の計測結果を補正したうえで再び $\lambda \pm \Delta\lambda$ を計算したものを表 5 に示す．ここから，私は右側の目盛の読取に大きな誤差を含んでしまったことが分かる．

表 5: H の計測結果の補正と再計算の結果

光の種類	採用した間隔の値	θ_m	波長 $\lambda \pm \Delta\lambda/m$	文献値との絶対誤差 $\lambda_R - \lambda/m$
H α	(17)	23°14'	657.4±0.6	1.3
H α	(18)	24°40'	695.4±0.6	39.3
H β	(15)	16°58'	486.3±0.5	0.3
H β	(16)	15°57'	457.9±0.5	28.1

参考文献

- [1] 野村浩康, 川泉文男 (編), 理工系学生のための化学基礎 第7版, 学術図書出版社, pp.53-54, 2017.
- [2] 国立天文台, 理科年表プレミアム, 物理/化学部, 表: 標準波長, <http://www.rikanenpyo.jp/member/>(参照 2022-06-19).
- [3] G.Herzberg(著), 堀健夫 (訳), 原子スペクトルと原子構造, 丸善株式会社, pp.11-12, 1996.